

ΒΑΣΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΥ ΜΕΡΟΥΣ ΤΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ GEOGEBRA

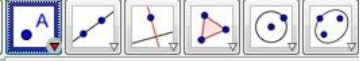






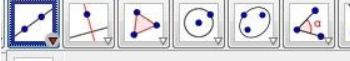







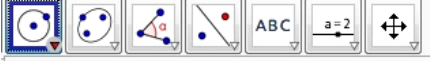









ΒΑΣΙΚΑ ΕΡΓΑΛΕΙΑ

Για να κάνουμε Γεωμετρία χρειαζόμαστε εργαλεία κατασκευής, εργαλεία μετρήσεων και εργαλεία μετασχηματισμών. Αυτά ακριβώς τα εργαλεία διαθέτουν όλα τα γνωστά γεωμετρικά λογισμικά (Sketchpad, Cabri, Cinderella, Euklidraw, Geogebra κ.λ.π). Προφανώς τα παραπάνω λογισμικά δεν περιορίζονται σε αυτά και μόνο τα εργαλεία αλλά διαθέτουν και μία σειρά άλλων δυνατοτήτων οι οποίες εξαρτώνται από τις προθέσεις του κατασκευαστή. Ας έρθουμε τώρα στο λογισμικό Geogebra.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ

Οι κατασκευές στο Geogebra είναι χρήσιμο να διακριθούν σε δύο είδη, στις κατασκευές απλών γεωμετρικών αντικειμένων και σε κατασκευές πάνω σε απλά γεωμετρικά αντικείμενα.

1) Κατασκευές απλών γεωμετρικών αντικειμένων.

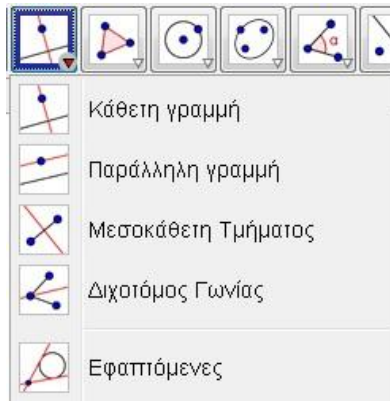
α) Σημείο (ελεύθερο σημείο στο επίπεδο ή τομή δύο γραμμών ή μέσον τμήματος)	β) Ευθεία, ημιευθεία, τμήμα, πολυγωνική γραμμή, διάνυσμα.	γ) Κύκλος, τόξο κ.λ.π
 <ul style="list-style-type: none">  Νέο Σημείο  Σημείο σε Αντικείμενο  Σύνδεση / Αποσύνδεση Σημείου  Τομή δύο αντικειμένων  Μέσο ή κέντρο  Μιγαδικός Αριθμός 	 <ul style="list-style-type: none">  Ευθεία που περνά από δύο σημεία  Τμήμα μεταξύ Δύο Σημείων  Τμήμα με δεδομένο μήκος  Ημιευθεία μεταξύ δύο σημείων  Πολυγωνική Γραμμή  Διάνυσμα μεταξύ δύο σημείων  Διάνυσμα από Σημείο 	 <ul style="list-style-type: none">  Κύκλος με κέντρο που διέρχεται από ένα σημείο  Κύκλος με Κέντρο και ακτίνα  Διαβήτης  Κύκλος που διέρχεται από τρία σημεία  Ημικύκλιο που περνά από Δύο Σημεία  Κυκλικό Τόξο με κέντρο που διέρχεται από δύο σημεία  Περίμετρος Κυκλικού Τόξου που διέρχεται από Τρία Σημεία  Κυκλικός Τομέας με Κέντρο που διέρχεται από Δύο Σημεία  Περίμετρος Κυκλικού Τομέα που διέρχεται από Τρία Σημεία

δ) Γωνία	ε) Πολύγωνα
 <ul style="list-style-type: none">  Γωνία  Γωνία με δοσμένο μέγεθος  Απόσταση ή μήκος  Εμβαδόν  Κλίση 	 <ul style="list-style-type: none">  Πολύγωνο  Κανονικό πολύγωνο  Σταθερό Περιστρεφόμενο Πολύγωνο  Πολύγωνο Διανυσμάτων

Σεμινάριο αξιοποίησης ψηφιακών μέσων στη διδασκαλία των Μαθηματικών.

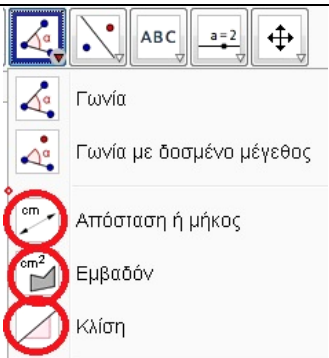
Οργάνωση, υλοποίηση: Σ. Κεΐσογλου, Σ. Φερεντίνος Σύμβουλοι Μαθηματικών Β' Αθήνας.

- 2) Κατασκευές πάνω σε απλά γεωμετρικά αντικείμενα (κάθετη, παράλληλη, διχοτόμος, εφαπτομένη)



ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

Είναι σημαντικό να θυμόμαστε ότι οι μετρήσεις γίνονται αυτόματα μόλις κατασκευάζουμε ένα απλό γεωμετρικό αντικείμενο.

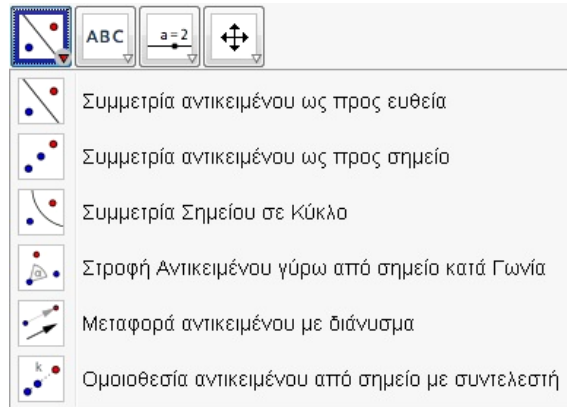
Για να προβάλλονται οι μετρήσεις πάνω στο αντικείμενο κάνουμε δεξί κλικ πάνω στο αντικείμενο, επιλέγουμε "Ιδιότητες" και από το μενού "Βασικά" επιλέγουμε(Δες εικόνα)	Κάποιες μετρήσεις (απόσταση, κλίση ευθείας, εμβαδόν χωρίου) γίνονται από ένα συγκεκριμένο μενού που ανοίγει με το εικονίδιο της γωνίας.					
<input checked="" type="checkbox"/> Δείξε το αντικείμενο <input checked="" type="checkbox"/> Δείξε την Ετικέτα: <table border="1" data-bbox="427 1131 614 1310"><tr><td>Όνομα</td></tr><tr><td>Όνομα</td></tr><tr><td>Όνομα & Τιμή</td></tr><tr><td>Τιμή</td></tr><tr><td>Τίτλος</td></tr></table> <input type="checkbox"/> Δείξε το ίχνος <input type="checkbox"/> Σταθερό αντικείμενο	Όνομα	Όνομα	Όνομα & Τιμή	Τιμή	Τίτλος	
Όνομα						
Όνομα						
Όνομα & Τιμή						
Τιμή						
Τίτλος						

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ

Οι βασικοί γεωμετρικοί μετασχηματισμοί (αξονική και κεντρική συμμετρία. Στροφή. Μεταφορά. Ομοιοθεσία ή αυξομείωση) γίνονται από το ίδιο μενού.

Σεμινάριο αξιοποίησης ψηφιακών μέσων στη διδασκαλία των Μαθηματικών.

Οργάνωση, υλοποίηση: Σ. Κεϊσόγλου, Σ. Φερεντίνος Σύμβουλοι Μαθηματικών Β' Αθήνας.

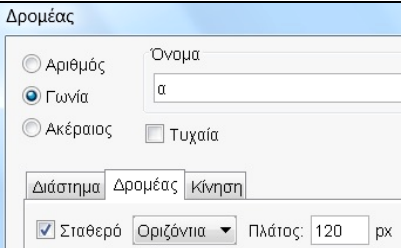


ΣΥΝΘΕΤΕΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ ΓΙΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΘΕΩΡΗΜΑΤΩΝ.

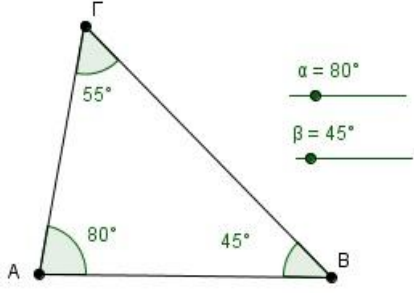
Η διδασκαλία ενός θεωρήματος με γεωμετρικό λογισμικό θα μπορούσε να υποστηριχτεί καλύτερα αν χρησιμοποιήσουμε μερικές επιπλέον λειτουργίες και δυνατότητες του λογισμικού. Ειδικά για το Geogebra είναι απαραίτητο να γνωρίζει ο χρήστης τις παρακάτω δυνατότητες.

1) Δημιουργία δρομέων και παραμετροποιημένων γεωμετρικών αντικειμένων.

Όταν θέλουμε να κάνουμε εισαγωγή στη διδασκαλία ενός θεωρήματος με τη βοήθεια μετρήσεων καλό θα είναι οι κατασκευές μας να είναι παραμετροποιημένες ώστε να είναι ελεγχόμενες. Παράδειγμα: Το άθροισμα γωνιών τριγώνου.

<p>α) Κατασκευάζουμε ένα τμήμα AB και δύο δρομείς α, β. Για τους δύο δρομείς επιλέγουμε να είναι γωνίες.</p>	
---	--

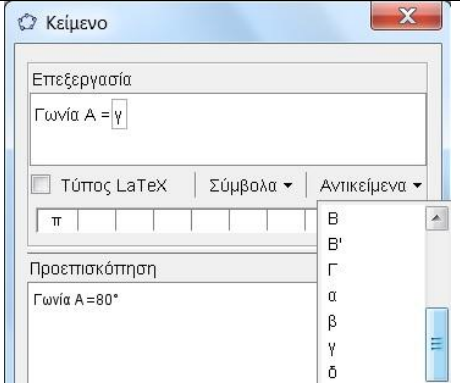
β)

<ul style="list-style-type: none">• Περιστρέφουμε το σημείο B γύρω από το A κατά α και κατασκευάζουμε την ημιευθεία AA' . Περιστρέφουμε το A γύρω από το B κατά β και κατασκευάζουμε την ημιευθεία BB' και το σημείο τομής Γ των δύο ημιευθειών.• Αποκρύπτουμε τις ημιευθείες και κατασκευάζουμε τα AG και BG.• Τέλος κατασκευάζουμε τις τρεις γωνίες του τριγώνου.	
--	--

Το τρίγωνο που έχει κατασκευαστεί έχει ελεγχόμενες τις δύο γωνίες άρα και την τρίτη και επομένως μπορεί να δοθεί στους μαθητές για πειραματισμό και διερεύνηση.

2) Προβολή δυναμικού κειμένου μετρήσεων στην οθόνη

Όταν δεν μας αρκούν οι μετρήσεις που κάνει άμεσα το λογισμικό αλλά θέλουμε να προβάσουμε και κάποιες επιπλέον πληροφορίες ή αποτελέσματα πράξεων πάνω στις μετρήσεις χρησιμοποιούμε τη δυνατότητα προβολής δυναμικού κειμένου.

<ul style="list-style-type: none">• Επιλέγουμε το εικονίδιο ABC (τρίτο από το τέλος) και κάνοντας κλικ στην επιφάνεια εργασίας εμφανίζεται ένας editor στον οποίο μπορούμε να γράψουμε κείμενο.• Αφού γράψουμε το κείμενο π.χ Γωνία A= επιλέγουμε από το μενού "Αντικείμενα" το αντικείμενο του οποίου θέλουμε να εμφανιστεί η μέτρηση.	
--	--

Το αποτέλεσμα αυτής της ενέργειας είναι να εμφανίζεται στη οθονη το κείμενο:

“Γωνία A=80°”

Προφανώς αν δημιουργήσουμε το άθροισμα των γωνιών (αυτό γίνεται από την Εισαγωγή) μπορούμε να το προβάλλουμε στη συνέχεια σε ένα δυναμικό κείμενο της μορφής:

“A+B+Γ=180°”. Εδώ το σημαντικό είναι το γεγονός ότι οι μαθητές παρατηρούν πως κάτι παραμένει σταθερό (αναλοιώτο) καθώς τα άλλα μεγέθη μεταβάλλονται.

Ένα κατάλληλο φύλλο εργασίας για τους μαθητές θα ήταν το παρακάτω.

Φύλλο εργασίας.

- 1) Να μεταβάλλετε τις γωνίες του τριγώνου από τους δύο δρομείς. Να παρατηρήσετε τα μεγέθη που μεταβάλλονται και αυτά που παραμένουν σταθερά. Να διατυπώσετε έναν κανόνα που φαίνεται να ισχύει για τις γωνίες ενός τριγώνου.
- 2) Με τη βοήθεια των δρομέων να κατασκευάσετε ένα ισόπλευρο τρίγωνο και στη συνέχεια ένα ορθογώνιο και ισοσκελές.
- 3) Να κατασκευάσετε ένα ισοσκελές τρίγωνο με κορυφή το A. Να επαναλάβετε την κατασκευή όταν η κορυφή είναι το B και μετά όταν είναι το Γ.

Παρατηρήσεις.

Εδώ είναι σημαντικό να τονιστεί ότι με το πρώτο ερώτημα δεν έχει γίνει απόδειξη αλλά εικασία. Προφανώς αμέσως μετά το πρώτο ερώτημα θα ακολουθήσει η απόδειξη της σχετικής πρότασης από τον διδάσκοντα.

Το δεύτερο και τρίτο ερώτημα έχει στόχο να αξιοποιήσει τις δυνατότητες ελέγχου των γωνιών από τους μαθητές ώστε αυτοί να εμπλακούν σε δραστηριότητες διερεύνησης και πειραματισμού.

3) Ανακαλυπτική μάθηση στη Γεωμετρία με τη βοήθεια του Λογιστικού φύλλου

Παράδειγμα: ο τύπος της διαμέσου τραπεζίου

1. Αρχικά κατασκευάζουμε τραπέζιο ως εξής: Ορίζουμε ευθυγρ τμήμα AB και απο σημείο Γ εκτός του AB φέρουμε παράλληλη ευθεία στο AB. Στην παράλληλη παίρνουμε τυχαίο σημείο Δ δεξιά του Γ, αποκρύβουμε την παράλληλη και ενώνουμε τα A,B. Επίσης ενώνουμε τα A, Γ καθώς και τα B, Δ και έτσι σχηματίζεται το τραπέζιο.

Σεμινάριο αξιοποίησης ψηφιακών μέσων στη διδασκαλία των Μαθηματικών.

Οργάνωση, υλοποίηση: Σ. Κεϊσογλου, Σ. Φερεντίνος Σύμβουλοι Μαθηματικών Β' Αθήνας.

- Κατά τη διαδικασία κατασκευής του τραπεζίου οι αποστάσεις AB , $\Gamma\Delta$ εμφανίσθηκαν στο παράθυρο της Άλγεβρας με μικρά αγγλικά γράμματα, τα οποία μετονομάζουμε σε AB , $\Gamma\Delta$. Με δεξιά κλικ ορίζουμε όνομα και τιμή.
- Φέρνουμε την EZ διάμεσο του τραπεζίου και όπως προηγουμένως μετονομάζουμε και ορίζουμε όνομα και τιμή.
- Με κίνηση της κορυφής A μεταβάλλουμε το σχήμα και ζητάμε απο τους μαθητές να παρατηρήσουν αφενός εάν μεταβάλλονται οι τιμές όλων των πλευρών και της διαμέσου και αφετέρου εάν το σχήμα πάντα παραμένει τραπέζιο. Για διαπίστωση ότι το σχήμα παραμένει τραπέζιο, μπορούμε να υπολογίσουμε τις γωνίες Γ και A και να παρατηρήσουμε ότι πάντα το άθροισμά τους είναι 180 μοίρες. Επίσης το αναλοιώτο του τραπεζίου φαίνεται και από το παράθυρο της Άλγεβρας, όπου πάντα η ευθεία που διέρχεται από το Γ είναι παράλληλη στην AB .
- Ζητάμε απο τους μαθητές να δοκιμάσουν να κινήσουν τις υπόλοιπες κορυφές και να παρατηρήσουν τι θα συμβεί.
- Από την προβολή εμφανίζουμε το λογιστικό φύλλο και στη συνέχεια με δεξιά κλικ στο παράθυρο της Άλγεβρας εγγράφουμε τα AB , $\Gamma\Delta$, EZ στο λογιστικό φύλλο. Στη συνέχεια με κίνηση της κορυφής A μεταβάλλουμε το σχήμα, άρα και τις τιμές των AB , $\Gamma\Delta$, EZ . Οι νέες τιμές εγγράφονται διαδοχικά στο λογιστικό φύλλο.
- Ζητάμε από τους μαθητές να κάνουν μια υπόθεση (εικασία) για μια σταθερή σχέση μεταξύ των AB , $\Gamma\Delta$, EZ , δηλαδή μια σχέση που να είναι ανεξάρτητη των τιμών που κάθε φορά παίρνουν τα AB , $\Gamma\Delta$, EZ .
- Ζητάμε απο τους μαθητές να κινήσουν το Δ μέχρι να συμπέσει με το Γ και να παρατηρήσουν τι θα συμβεί. Θα φανεί ότι δεν εύκολο να συμπέσει το Δ με το Γ έτσι ώστε η απόσταση $\Delta\Gamma$ να γίνει 0 . Ένας τρόπος για να συμπέσουν είναι: δεξιά κλικ στο Δ και <ιδιότητες>, <δέσμη ενεργειών> και στο παράθυρο γράφουμε $\Delta=\Gamma$. Έτσι κάνοντας κλικ πάνω στο Δ θα συμπέσει ακριβώς με το Γ .

Προτεινόμενες εργασίες.

- Να κατασκευάσετε ένα ελεγχόμενο παραλληλόγραμμο και το τετράπλευρο που δημιουργείται από τις διχοτόμους του. Να δημιουργήσετε ένα κατάλληλο φύλλο εργασίας ώστε οι μαθητές να διερευνήσουν τις διάφορες περιπτώσεις για αυτό το τετράπλευρο.
- Να κατασκευάσετε ένα ελεγχόμενο ορθογώνιο τρίγωνο (δρομείς για τις δύο κάθετες πλευρές του) και να δημιουργήσετε ένα κατάλληλο φύλλο εργασίας σχετικό με την εισαγωγή στο Πυθαγόρειο θεώρημα μέσω μετρήσεων.