

Υπάρχουν πολλοί τρόποι για να λύσεις ένα πρόβλημα, σημασία έχει η κατανόηση

Ιωάννης Θ. Λαζαρίδης

Υπάρχουν πολλοί τρόποι για να λύσεις ένα πρόβλημα. Σημασία έχει η κατανόηση. Αυτό μου το υπενθύμισε ακόμα μια φορά ένας μαθητής της ΣΤ΄ τάξης.

Στις 27 Απριλίου 2007 πραγματοποιήθηκε, ως γνωστόν, ο διαγωνισμός «Παιχνίδι και Μαθηματικά» στο πλαίσιο του περιοδικού μας, για τους μαθητές των τάξεων Ε΄ και ΣΤ΄ των δημοτικών σχολείων της Αττικής. Διορθώνοντας κάποια γραπτά, μου προκάλεσε ιδιαίτερη εντύπωση κι ευχαρίστηση, ο τρόπος λύσης ενός μαθητή της ΣΤ΄ τάξης, στο 4^ο πρόβλημα του διαγωνισμού. Το πρόβλημα ήταν:

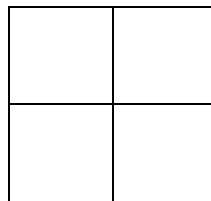
Ο Γιάννης και η Αγγελική έχουν ο καθένας από ένα ίδιο παστέλι. Ο Γιάννης τρώει το $\frac{1}{2}$ από το $\frac{1}{4}$ του παστελιού του. Η Αγγελική τρώει το $\frac{1}{4}$ από το $\frac{1}{2}$ του παστελιού της. Ποιος από τους δύο έφαγε περισσότερο;

Ο Γιάννης Η Αγγελική Κανένας από τους δύο

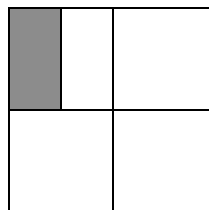
Όλοι οι υπόλοιποι μαθητές-μαθήτριες που είχαν λύσει το πρόβλημα σωστά, είχαν εφαρμόσει το γνωστό κανόνα που διδάσκεται στο σχολείο: «Όταν ξέρω το όλο και ζητάω ένα μέρος του κάνω πολλαπλασιασμό» κι είχαν βρει τη λύση πολλαπλασιάζοντας τα αντίστοιχα κλάσματα, δηλαδή:

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ και $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ άρα η απάντηση είναι «Κανένας από τους δύο».

Ο συγκεκριμένος όμως μαθητής έλυσε το πρόβλημα με ένα δικό του πρακτικό τρόπο. Για να βρει πόσο παστέλι έφαγε ο Γιάννης, χώρισε ένα τετράγωνο (που απεικονίζει το παστέλι) σε 4 τέταρτα



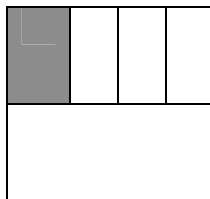
έπειτα πήρε το $\frac{1}{4}$ και το χώρισε στη μέση, για να βρει έτσι το μισό του $\frac{1}{4}$ (που ήταν το ζητούμενο) το οποίο και σκίασε:



Για να βρει πόσο παστέλι έφαγε η Αγγελική, χώρισε ένα τετράγωνο στη μέση σε 2 δεύτερα



έπειτα πήρε το $\frac{1}{2}$ και το χώρισε σε 4 τέταρτα, για να βρει έτσι το $\frac{1}{4}$ (που ήταν το ζητούμενο) το οποίο και σκίασε:



Με αυτόν τον τρόπο ο μαθητής είδε ότι τα σκιασμένα μέρη είναι ίσα, κατάλαβε ότι ο Γιάννης και η Αγγελική έφαγαν την ίδια ποσότητα παστελιού και έδωσε τη σωστή απάντηση «Κανένας από τους δύο».

Αυτός ο τρόπος λύσης του μαθητή μου θύμισε έναν παρόμοιο πρακτικό τρόπο λύσης ενός ενήλικα σε ένα άλλο πρόβλημα, που κατέγραψε η καθηγήτρια Πανεπιστημίου J.Lave το 1988. Ζητήθηκε από κάποιους ενήλικες που ακολουθούσαν ένα πρόγραμμα διαίτας και μέτρησης του βάρους τους, να καθορίσουν τις σωστές μερίδες φαγητού που έπρεπε να πάρουν. Σε μια περίπτωση τους ζητήθηκε να βρουν τη μερίδα του ανθότυρου (άσπρου μαλακού τυριού) που έπρεπε να φάνε, με δεδομένο ότι η ποσότητα που επιτρεπόταν ήταν τα $\frac{3}{4}$ από τα $\frac{2}{3}$ ενός δοσμένου δοχείου. Ο συγκεκριμένος ενήλικας που αναφέραμε πριν, άρχισε να μουρμουρίζει πως ένα παρόμοιο πρόβλημα είχε λύσει στα μαθηματικά όταν ήταν στο Γυμνάσιο. (Όμως δεν θυμόταν να το λύσει όπως στο σχολείο και να γράψει: $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ του δοχείου. Μετά από λίγη σκέψη ξαφνικά ανακοίνωσε ότι το βρήκε. Γέμισε τα $\frac{2}{3}$ του δοχείου με ανθότυρο, μετά άδειασε το ανθότυρο σε μια πιατέλα, το έλιωσε, το έκανε μια κυκλική πίτα, έπειτα χάραξε ένα σταυρό πάνω σε αυτήν, έβγαλε το $\frac{1}{4}$ της συνολικής πίτας-ποσότητας και σέρβιρε το υπόλοιπο.

Παρατηρούμε λοιπόν ότι μέσα από τα προηγούμενα παραδείγματα, του ενήλικα και του μαθητή της ΣΤ΄ τάξης, επιβεβαιώνεται ακόμη μια φορά το γεγονός ότι υπάρχουν πολλοί τρόποι για να λύσουμε ένα πρόβλημα. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε έναν αφαιρετικά διατυπωμένο μαθηματικό τρόπο ή έναν περισσότερο πρακτικό τρόπο. Σημασία έχει, όποιο τρόπο και να διαλέξουμε, να καταλαβαίνουμε τι κάνουμε σε κάθε βήμα, ώστε να κάνουμε μαθηματικά με κατανόηση.

Εφαρμογή: Ακολουθώντας το παράδειγμα του μαθητή της ΣΤ΄ τάξης, λύστε κι εσείς το παρακάτω πρόβλημα με δύο τρόπους. Μια φορά με τον αφαιρετικά διατυπωμένο τρόπο κάνοντας πράξεις ανάμεσα στα κλάσματα και μια φορά με τον πρακτικό τρόπο σχεδιάζοντας σχήματα.

Πρόβλημα: Ένας πατέρας και η κόρη του είχαν ο καθένας από μια ίδια πίτσα. Ο πατέρας έφαγε το $\frac{1}{3}$ από το $\frac{1}{2}$ της πίτσας του. Η κόρη έφαγε το $\frac{1}{2}$ από το $\frac{1}{3}$ της πίτσας της. Ο πρώτος γιος λέει ότι ο πατέρας έφαγε περισσότερη πίτσα. Ο δεύτερος γιος λέει ότι η κόρη έφαγε περισσότερη και ο τρίτος υποστηρίζει ότι πατέρας και κόρη έφαγαν το ίδιο. Ποιος από τους τρεις γιους έχει δίκιο;