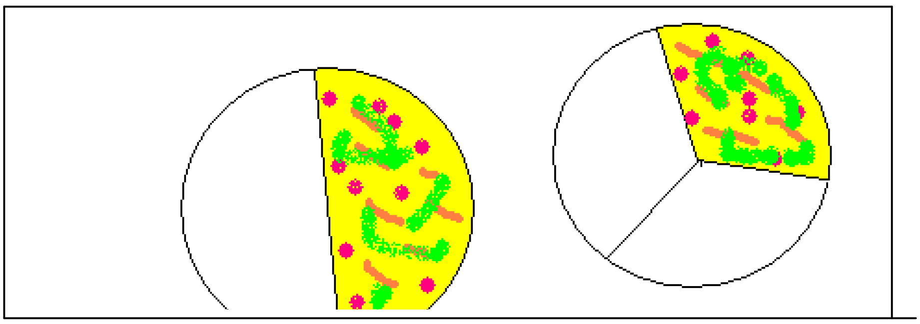
Γιατί στην πρόσθεση και στην αφαίρεση τα ετερώνυμα κλάσματα τα κάνουμε ομώνυμα;

Ιωάννης Θ. Λαζαρίδης

Δάσκαλος: Έχουμε να φάμε αυτά τα δύο κομμάτια πίτσας από δύο ίδιες πίτσες που βλέπετε στο παρακάτω σχήμα. Πόση πίτσα θα φάμε συνολικά;



Δημήτρης: Εύκολο, το ένα είναι 1/2 και το άλλο 1/3.

Φωτεινή: Θα πούμε 1/2 + 1/3.

Δάσκαλος: Πόσο κάνει;

Νίκος: Μου ήρθε να πω 2/5, αλλά μετά σκέφτηκα ότι είναι λάθος, γιατί τα 2/5 είναι λιγότερο από μισή πίτσα, ενώ εδώ μόνο του το 1/2 είναι μισή πίτσα και του προσθέτουμε και το 1/3, άρα το άθροισμα είναι σίγουρα πάνω από μισή πίτσα.

Μάριος: Να πούμε 1/2 + 1/3= 2/3;

Νίκος: Και γιατί να μην πούμε 1/2 + 1/3= 2/2;

Δάσκαλος: Για μισό λεπτό, γιατί αρχίσατε τις ζαβολιές… Θυμάστε που από την Α΄ Δημοτικού, σας είπε η δασκάλα σας ένα βασικό κανόνα της πρόσθεσης; Δεν μπορούμε ποτέ να προσθέτουμε τελείως ανόμοια πράγματα. Για παράδειγμα 3 καρέκλες και 2 καρπούζια…

Αλέξανδρος: Ναι, αλλά εδώ δεν έχουμε ανόμοια πράγματα. Έχουμε κομμάτι πίτσα και κομμάτι πίτσα.

Δάσκαλος: Ναι, αλλά έχουμε ανόμοιες… άνισες ποσότητες πίτσας. Για σκεφτείτε, μπορούμε να πούμε 1 χιλιόμετρο και 1 μέτρο κάνουν 2;

Βαρβάρα: Όχι, πρέπει να μετατρέψουμε το χιλιόμετρο σε μέτρα, να τα κάνουμε όλα μέτρα και μετά να πούμε 1000+1=1001 μέτρα.

Δάσκαλος: Σωστά, αλλά εκεί τα κάνατε όλα μέτρα, ίδιες μονάδες μήκους και μετά προσθέσατε. Τώρα στα κομμάτια πίτσας πώς πήγατε να προσθέσετε κατευθείαν 1/2 + 1/3. Το 1/2 και το1/3 είναι ίδιες ποσότητες πίτσας, για κοιτάξτε στο σχήμα…

Μάριος: Όχι, το 1/2 έχει περισσότερη πίτσα από το1/3.

Δάσκαλος: Μπορούμε λοιπόν να προσθέσουμε κατευθείαν 1/2 + 1/3;

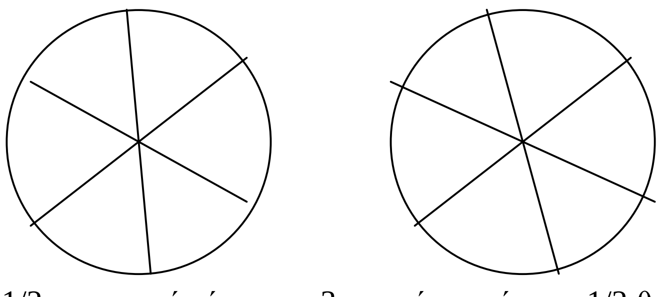
Δημήτρης: Όχι, γιατί είναι διαφορετικές ποσότητες πίτσας. Όπως το 1 χιλιόμετρο και το 1 μέτρο που είπαμε πριν, ήταν διαφορετικές μονάδες μήκους.

Μαρίνα: Έχω μια ιδέα! Να μετατρέψουμε τα 1/2 και 1/3 σε κομμάτια ίσης ποσότητας πίτσας.

Δάσκαλος: Καλή η ιδέα σου… Για προχωρήστε την…

Μάριος: Άμα κόψουμε το 1/2 σε 2 κομμάτια θα γίνει 2/4, αλλά δε μας κάνει, γιατί και πάλι τα τέταρτα και τα τρίτα δεν έχουν ίση ποσότητα πίτσας.

Θανάσης: Το βρήκα. Κοιτάξτε θα το ζωγραφίσω στον πίνακα….



Άμα κόψω το 1/2… τη μισή πίτσα, σε 3 κομμάτια, τότε το 1/2 θα γίνει 3/6. Άμα κόψω στην άλλη πίτσα, το 1/3 σε 2 κομμάτια, τότε το 1/3 θα γίνει 2/6. Έτσι θα έχω έκτα με έκτα, κομμάτια ίσης ποσότητας πίτσας και θα μπορώ να τα προσθέσω.

Νίκος: Οπότε το1/2 + 1/3 που είχαμε πριν, θα μετατραπεί σε 3/6 + 2/6 που κάνει 5/6 πίτσας.

Φωτεινή: Το βρήκαμε, αυτό που ζητούσαμε! Θα φάμε συνολικά 5/6 πίτσας.

Δάσκαλος: Καλά παιδιά, είστε φοβεροί, σας αξίζουν συγχαρητήρια! Όμως όλα αυτά που κάνατε με πρακτικό τρόπο, για να δούμε πώς υποστηρίζονται με τον παραδοσιακό μαθηματικό τρόπο…

Καταρχήν να ξεκαθαρίσουμε ότι όλα τα κλάσματα σε κάθε πράξη αναφέρονται στην ίδια ακέραιη μονάδα. Ο Θανάσης σκέφτηκε να μετατρέψει κόβοντας, το 1/2 σε 3/6 και το 1/3 σε 2/6. Έτσι, αντί να έχετε να προσθέσετε τα ετερώνυμα κλάσματα 1/2 + 1/3 που είχατε πριν, τα μετατρέψατε στα ομώνυμα κλάσματα 3/6 + 2/6 τα οποία εύκολα προσθέσατε και βρήκατε συνολικά 5/6 πίτσας. Αυτό που έκανε ο Θανάσης πρακτικά στο σχήμα, κόβοντας τα μεγαλύτερα κομμάτια σε μικρότερα, θα μπορούσαμε να το κάνουμε με τα ισοδύναμα κλάσματα. Βλέπουμε ότι οι κλασματικές μονάδες 1/2 και 1/3 είναι διαφορετικές και άνισες. Χρειαζόμαστε μία μικρότερη κοινή κλασματική μονάδα με την οποία να μπορούμε να εκφράσουμε και τις δύο προηγούμενες. Θα αντικαταστήσουμε λοιπόν τα αρχικά κλάσματα με ισοδύναμά τους με ίδιους παρανομαστές. Για να μου πει κάποιος τη σειρά των ισοδύναμων για το ½.

Νίκος: 1/2 = 2/4 = 3/6 = 4/8 = …

Δάσκαλος: Για να πει κάποιος άλλος τη σειρά των ισοδύναμων για το 1/3.

Βαρβάρα: 1/3 = 2/6 = 3/9 = 4/12 = …

Δάσκαλος: Από τις δύο σειρές, ποια είναι αυτά που έχουν ίδιους παρανομαστές, χρωματίστε τα.

Φωτεινή: 1/2 = 2/4 = 3/6 = 4/8 και 1/3 = 2/6 = 3/9 = 4/12. Κοινούς παρανομαστές έχουν τα 3/6 και 2/6 που βρήκε και ο Θανάσης.

Δάσκαλος: Ακριβώς! Η μικρότερη κοινή κλασματική μονάδα που ψάχναμε για να εκφράσουμε τις δύο προηγούμενες, είναι το 1/6. Τώρα τα κλάσματα 3/6 και 2/6 είναι ομώνυμα και μπορούμε να τα προσθέσουμε. Για να διαβάσουμε τώρα τι λέει το βιβλίο…

…………………………………………………………………………………………………..

Όταν έχουμε να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε ετερώνυμα κλάσματα πρέπει πρώτα να τα μετατρέψουμε σε ομώνυμα και μετά να τα προσθέσουμε ή να τα αφαιρέσουμε. Για να τα μετατρέψουμε σε ομώνυμα πρέπει να βρούμε πρώτα ένα κοινό πολλαπλάσιο των παρανομαστών τους, καλύτερα να προτιμάμε το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.). Π.χ. στα κλάσματα ½ + 1/3 το Ε.Κ.Π. των παρανομαστών 2 και 3:

Πολ/σια του 2: 2, 4, 6, 8, 10… και Πολ/σια του 3: 3, 6, 9, 12…

Άρα το Ε.Κ.Π.(2,3) είναι το 6. Βρίσκουμε το πηλίκο της διαίρεσης του Ε.Κ.Π. με τον κάθε παρανομαστή και το βάζουμε σε καπελάκι πάνω από το αντίστοιχο κλάσμα… 6:2=3 και 6:3=2

$$\overset{3}{\frac{1}{2}} + \overset{2}{\frac{1}{3}} =$$

Πολλαπλασιάζουμε τους όρους κάθε κλάσματος με το πηλίκο στο καπελάκι και έχουμε:

$$\frac{1\cdot 3}{2\cdot 3} + \frac{1\cdot 2}{3\cdot 2} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6}$$

Προβλήματα

1. Ο Γιάννης έφαγε τα 2/3 μιας σοκολάτας και η Μαρία το 1/5 μιας ίδιας σοκολάτας. Πόση σοκολάτα έφαγαν και οι δύο μαζί;

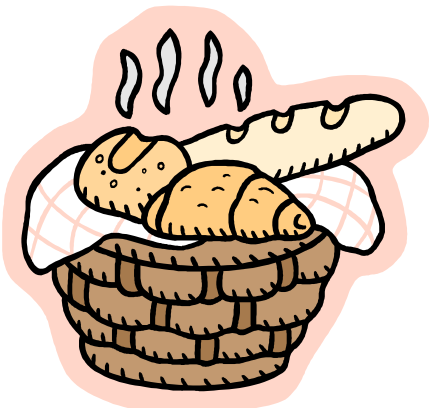
2. Ο πατέρας δύο παιδιών, του Γιώργου και του Δημήτρη, έδωσε στον καθένα το ίδιο ποσό χρημάτων. Όμως ξόδεψαν μερικά χρήματα. Ο Δημήτρης έχει τώρα τα 3/5 του αρχικού ποσού και ο Γιώργος τα 3/4. Τι μέρος του ποσού έχει περισσότερο ο ένας από τον άλλον;

3. Το μεικτό βάρος ενός βάζου με γλυκό του κουταλιού είναι 8/9 του κιλού και το απόβαρό του είναι 1/6 του κιλού. Τι μέρος του κιλού είναι το καθαρό βάρος του γλυκού;

4. Η Χριστίνα ξοδεύει τα 5/8 από το εβδομαδιαίο χαρτζιλίκι της για αγορές στο κυλικείο του σχολείου. Για καλλυντικά ξοδεύει 5/12 από το χαρτζιλίκι της λιγότερο από τα έξοδα για αγορές στο κυλικείο. Τι μέρος από το χαρτζιλίκι της ξοδεύει για καλλυντικά;

5. Με τα παρακάτω δεδομένα να φτιάξετε ένα δικό σας πρόβλημα που να περιέχει και πρόσθεση και αφαίρεση και να το λύσετε.

3½ κιλά ψωμί



Κατανάλωση:

Σάββατο: 1 ¾ κ.

Κυριακή: 5/6 κ.