

**«Το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης, η αξία θέσης ψηφίου,
το καραμελοκατάστημα κι ένα παιχνίδι μέχρι το 100»**

Ιωάννης Θ. Λαζαρίδης

Τα μαθηματικά δεν είναι κάτι αφηρημένο, αλλά είναι μία ακόμη ανθρώπινη δραστηριότητα (Freudenthal 1973). Τα φαινόμενα μέσω των οποίων αποκτούν περιεχόμενο οι μαθηματικές έννοιες, πρέπει ν' αποτελέσουν τη βάση στήριξης μιας μαθησιακής - διδακτικής διαδικασίας που στοχεύει στην κατάκτηση αυτών των εννοιών. Η άποψη αυτή αποτελεί τον κεντρικό άξονα της σύγχρονης ρεαλιστικής μαθηματικής εκπαίδευσης (Streefland 2000). Οι μαθηματικές έννοιες, αλλά και η χρήση τους πηγάζουν από την ίδια την πραγματικότητα που βιώνουν τα άτομα. Η μάθηση πραγματοποιείται πάντοτε μέσα σε ένα συγκεκριμένο πλαίσιο και είναι αποτέλεσμα προσωπικών αναγκών (Lave & Wenger 1991). Η ενεργοποίηση των παιδιών σε καταστάσεις και προβλήματα που τους είναι οικεία και προέρχονται από το βιωματικό τους περιβάλλον, συνεπάγεται περισσότερα κίνητρα και αποτελεσματικότερη μάθηση (Λεμονίδης, 2006).

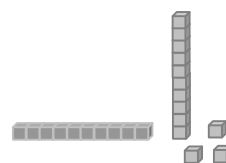
Τα παιδιά δυσκολεύονται ήδη από την Α' τάξη να αντιληφθούν τους αριθμούς ως αθροίσματα μονάδων και ως ομάδες με περισσότερα στοιχεία (δυάδες, πεντάδες, δεκάδες κ.α.). Έρευνες έχουν δείξει ότι παιδιά που βρίσκονται ακόμη και στη Γ' Δημοτικού, δεν κατανοούν την αξία θέσης ψηφίου και την ευρύτερη ιδέα του αριθμητικού συστήματος. Δεν συνειδητοποιούν ότι το 1 στον αριθμό 19 αντιστοιχεί σε δέκα μονάδες. Όταν ερωτηθούν π.χ. στον αριθμό 111 ποιο ψηφίο «1» έχει τη μεγαλύτερη αξία και ποιο θα τους συνέφερε να επιλέξουν, αν τα τρία ψηφία «1» έδειχναν σοκολάτες, πολλοί μαθητές ακόμη και μεγάλων τάξεων δυσκολεύονται να απαντήσουν. Χρειάζεται λοιπόν να εμπλακούν σε ενεργητικές μαθησιακές διαδικασίες για να αναπτύξουν καλύτερη κατανόηση της δομής του δεκαδικού συστήματος. Οι μαθητές πρέπει σταδιακά να οικοδομήσουν την αξία θέσης ψηφίου μέσω της αντικατάστασης των δέκα μονάδων μιας τάξης με μία άλλη ισοδύναμη μονάδα μεγαλύτερης τάξης (αρχικά της δεκάδας), ώστε να κατακτήσουν μία σειρά από δεξιότητες: να αναγνωρίζουν τη δεκάδα ως ένα σύνολο δέκα μονάδων με ισοδύναμη αξία, να απαριθμούν αντικείμενα και να τα ομαδοποιούν ανά δέκα, να αναγνωρίζουν αριθμούς (μέχρι το 100) χρησιμοποιώντας στρατηγικές άμεσης αναγνώρισης και αντιστοίχισης, να συνθέτουν και να αναλύουν διψήφιους αριθμούς κατανοώντας τη θέση των ψηφίων των δεκάδων και των μονάδων και να μπορούν να προσθέτουν και να αφαιρούν διψήφιους αριθμούς με βάση το δεκαδικό σύστημα.

Για την εισαγωγή στην εξέλιξη της έννοιας του αριθμού και την επινόηση του δεκαδικού συστήματος, χρήσιμη είναι η αφήγηση μιας ιστορίας – προέκταση αυτής που αναφέρει ο Εξαρχάκος (1993) – που αρέσει στα παιδιά, γιατί μοιάζει με παραμυθάκι:

Ένας πρωτόγονος βοσκός στην προϊστορική εποχή που δεν είχαν ακόμη επινοηθεί οι αριθμοί, ήθελε να μπορεί να ελέγχει το πλήθος του κοπαδιού του, το πρωί που έβγαιναν τα πρόβατα από τη σπηλιά για να βοσκήσουν και το βράδυ που επέστρεφαν. Ήθελε δηλαδή να μπορεί να τα μετράει, ώστε να βλέπει αν έχασε κανένα, για να πάει να το αναζητήσει πριν το φάνε οι λύκοι. Σκέφτηκε να αντιστοιχεί κάθε πρόβατο με ένα βότσαλο. Για κάθε πρόβατο που έβγαινε το πρωί για βοσκή, έριχνε ένα βότσαλο σε μια λακκούβα. Για κάθε πρόβατο που επέστρεφε το βράδυ, έβγαζε ένα βότσαλο από τη λακκούβα. Αν έμπαιναν όλα τα πρόβατα και περίσσευαν ακόμη βότσαλα μες στη λακκούβα, έπρεπε να ψάξει για τα χαμένα του πρόβατα. Καθώς περνούσαν τα χρόνια και τα πρόβατα γεννοβολούσαν, έγιναν πάρα πολλά και ο βοσκός άρχισε να μπερδεύεται με τα πολλά βότσαλα. Σκέφτηκε λοιπόν, παίρνοντας την ιδέα από τα 10 δάχτυλα των χεριών του, να αντικαθιστά 10 βότσαλα με ένα ξυλαράκι. Έτσι κατάφερε να μειώσει το πλήθος από τα βότσαλα και να κάνει πιο εύκολο και πιο γρήγορο το μέτρημα π.χ. για 75 πρόβατα, έριχνε 5 βότσαλα στη λακκούβα και 7 ξυλαράκια. Κάπως έτσι έγινε η απαρχή της επινόησης του δεκαδικού μας συστήματος.

Για την κατανόηση της αξίας θέσης των αριθμών χρησιμοποιείται ποικιλία αναπαραστάσεων – μοντέλων, αρχικά χειραπτικών και στη συνέχεια εικονιστικών. Δύο βασικές κατηγορίες μοντέλων που χρησιμοποιούνται είναι τα ομαδοποιήσιμα μοντέλα και τα προ-ομαδοποιημένα μοντέλα ή μοντέλα ανταλλαγής (Van de Walle 2005, σ. 212).

Τα ομαδοποιήσιμα μοντέλα, μπορούμε να τα αποκαλούμε και μοντέλα «συναρμολόγησης – αποσυναρμολόγησης», αντανακλούν με μεγαλύτερη σαφήνεια τις σχέσεις μονάδων – δεκάδων και είναι αυτά όπου η δεκάδα μπορεί πράγματι να συσταθεί ή να ομαδοποιηθεί από τα μονά π.χ. τρισδιάστατα κυβάκια Dienes



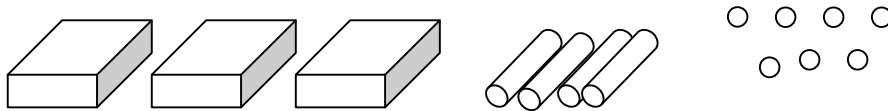
Τα προ-ομαδοποιημένα μοντέλα ή μοντέλα ανταλλαγής, έχουν έτοιμες δεκάδες ή εκατοντάδες, όμως τα παιδιά δεν μπορούν στην πραγματικότητα να τα συναρμολογήσουν ή να τα αποσυναρμολογήσουν. Το πλεονέκτημά τους είναι η εύκολη και γρήγορη χρήση τους.




Για να βοηθήσουμε στην κατανόηση της αξίας θέσης ψηφίου και του δεκαδικού συστήματος, θα παρουσιάσουμε στη συνέχεια κάποιες δραστηριότητες κατασκευής του δεκαδικού συστήματος με το γενικότερο τίτλο: «Το καραμελοκατάστημα» και ένα μαθηματικό παιχνίδι για την αξία θέσης των αριθμών με τίτλο: «Εκατό ή χάνεις!».

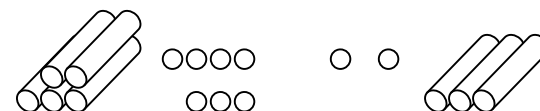
Το καραμελοκατάστημα

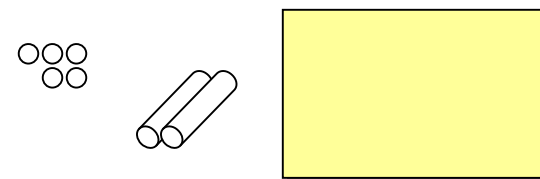
Η κυρία Καραμελένια έχει ένα κατάστημα που πουλάει καραμέλες. Θέλει οι καραμέλες της να είναι πακεταρισμένες με τέτοιο τρόπο, ώστε να μπορεί κάθε φορά να υπολογίζει στα γρήγορα πόσες έχει. Γι' αυτό πακετάρει τις καραμέλες σε ρολά που το καθένα περιέχει 10 καραμέλες και τα ρολά σε κούτες που η καθεμιά περιέχει 10 ρολά, δηλαδή 100 καραμέλες. Για παράδειγμα 347 καραμέλες τις πακετάρει ως εξής:



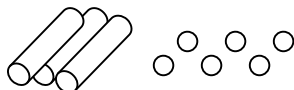
Δραστηριότητες Β' τάξης

1.  Πόσες είναι όλες αυτές οι καραμέλες;

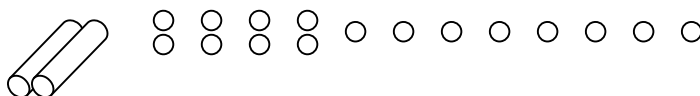
2.  Κι αυτές πόσες είναι;

3.  Μερικές καραμέλες είναι κρυμμένες κάτω απ' το χαρτόνι. Όλες μαζί οι καραμέλες, φανερές και κρυμμένες είναι 40. Πόσες είναι κρυμμένες κάτω απ' το χαρτόνι; Ζωγράφισέ τις.

❖ Δύο υπάλληλοι στο μαγαζί τοποθέτησαν με διαφορετικό τρόπο 36 καραμέλες. Ο πρώτος με τον τρόπο της κ. Καραμελένιας:



Ο δεύτερος με αυτόν το δικό του τρόπο:



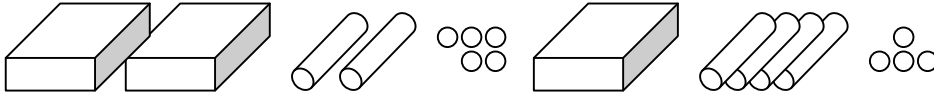
4. Δείξε ζωγραφίζοντας 2 διαφορετικούς τρόπους που θα μπορούσες να έχεις 42 καραμέλες.

Δραστηριότητες Γ' τάξης

1^{ος} τρόπος

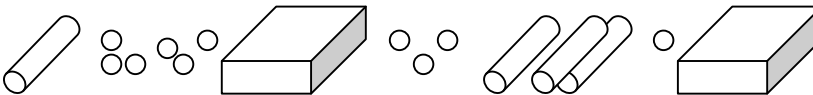
2^{ος} τρόπος

1.



Πόσες είναι όλες οι καραμέλες;

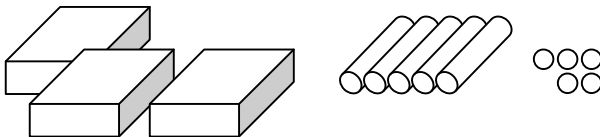
2.



Κι αυτές οι καραμέλες πόσες είναι;

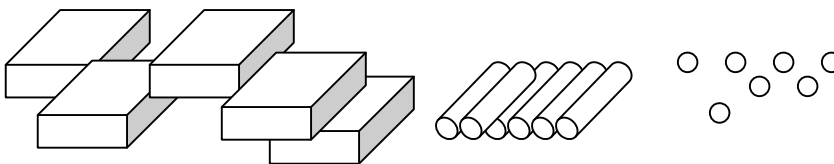
3. Μερικές καραμέλες τις φόρτωσαν οι εργάτες στο φορτηγό. Όλες οι καραμέλες, μαζί μ' αυτές που είναι απ' έξω, είναι 470. Πόσες είναι μέσα στο φορτηγό;

Ζωγράφισέ τες.

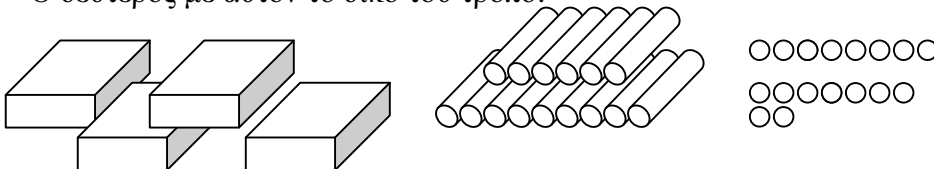


❖ Δύο υπάλληλοι στο μαγαζί τοποθέτησαν με διαφορετικό τρόπο 567 καραμέλες.

Ο πρώτος με τον τρόπο της κ. Καραμελένιας:



Ο δεύτερος με αυτόν το δικό του τρόπο:



4. Δείξε ζωγραφίζοντας 2 διαφορετικούς τρόπους που θα μπορούσες να έχεις 354 καραμέλες

1^{ος} τρόπος

2^{ος} τρόπος

Εκατό ή γάνεις!

Ένα παιχνίδι για την αξία θέσης των αριθμών. Κατάλληλο για τις τάξεις Β'-Ε'.

Απαραίτητα Υλικά (για κάθε ζευγάρι παικτών)

- ❖ Ένα φύλλο χαρτί.
- ❖ Ένα μολύβι.
- ❖ Ένα ζάρι.

Οδηγίες

1. Φτιάξτε ένα πινακάκι όπως αυτό παρακάτω (μπορείτε και να φωτοτυπήσετε το ίδιο αν θέλετε) και πάρτε ο κάθε παίκτης από ένα.
2. Ο παίκτης που θα φέρει τη μεγαλύτερη ζαριά παίζει πρώτος.
3. Ο πρώτος παίκτης ρίχνει το ζάρι και γράφει στο πινακάκι τον αριθμό που έφερε στη ζαριά του είτε στη στήλη των δεκάδων είτε στη στήλη των μονάδων-όχι και στις δύο (π.χ. ένα «6» στη στήλη των δεκάδων είναι 60, ενώ ένα «6» στη στήλη των μονάδων είναι 6). Στη συνέχεια ο δεύτερος παίκτης παίζει με τη σειρά του, ακολουθώντας την ίδια διαδικασία και καταγράφοντας τη δική του ζαριά στο πινακάκι του.
4. Το παιχνίδι επαναλαμβάνεται για επτά γύρους και όποιος μετά τους επτά γύρους φτάσει στο τέλος πιο κοντά στο 100-χωρίς να το ξεπεράσει-κερδίζει.

Συμβουλές: Χρησιμοποιήστε τη στήλη των δεκάδων προσεκτικά, αλλιώς θα ξεπεράσετε το 100 και θα χάσετε! Πριν να επιλέξετε σε ποια στήλη θα καταγράψετε τη ζαριά σας, αθροίστε με το νου σας τους αριθμούς απ' τους προηγούμενους γύρους για να δείτε τι περιθώριο έχετε μέχρι το 100. Προσέξτε να μην μπερδέυστε και καταγράφετε τις ζαριές δύο συνεχόμενων γύρων στην ίδια σειρά.

Εκατό ή γάνεις!

Γύροι	Δεκάδες	Μονάδες
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
Σύνολο		

Βιβλιογραφία:

- Εξαρχάκος, Θ. (1993). Διδακτική των Μαθηματικών, Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα, γ' έκδοση.
- Freudenthal, H. (1973). Mathematics as an educational task, Dordrecht.
- Lave, J. & Wenger, E. (1991). Situated Learning: Legitimate peripheral participation, New York: Cambridge University Press.
- Λεμονίδης, Χ. κ.ά. (2006). Μαθηματικά Α' Δημοτικού: Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής (Βιβλίο Μαθητή, Τετράδιο Εργασιών, Βιβλίο Δασκάλου), ΟΕΔΒ.
- Streefland, I., Εισαγωγή – Επιμέλεια: Κολέζα, Ε. (2000). Ρεαλιστικά Μαθηματικά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση, εκδ. Leader Books, Αθήνα.
- Van de Walle, J. (2005). Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο: Μια Εξελικτική διδασκαλία. Αθήνα: Τυπωθήτω – Γ. Δάρδανος.

Ιωάννης Θ. Λαζαρίδης
Σχολικός Σύμβουλος Π.Ε.
Δρ Διδακτικής Μαθηματικών